

## Лекция 8: Переменный ток и анализ переменных цепей

**Цель лекции** - ввести студентов в тему переменного тока, описать его особенности и научить анализу переменных цепей.

### Результаты обучения

По окончании лекции студенты должны:

- Понимать отличия между постоянным и переменным током.
- Знать основные параметры переменного тока, такие как амплитуда, частота и фаза.
- Уметь анализировать переменные цепи с применением комплексных чисел.
- Понимать важность комплексных амплитуд и фаз в анализе переменных цепей.

### Часть 1: Введение в переменный ток

- Отличия между постоянным и переменным током.
- Параметры переменного тока: амплитуда, частота, фаза.

Постоянный ток (*DC*) и переменный ток (*AC*) представляют два основных типа электрического тока, имеющих ряд отличий по своим характеристикам, формулам и применениям.

#### Постоянный ток (DC):

- Имеет постоянное направление и величину тока.
- Часто используется в источниках питания, батареях и в цепях постоянного тока.

**Формула тока:** Закон Ома;

**Постоянный ток в цепи:** Ток в постоянной цепи остаётся постоянным во времени.

#### Переменный ток (AC):

- Изменяет свою величину и направление во времени.
- Часто используется в электроэнергетике для передачи электроэнергии.

**Формула для тока в переменном токе:** Для идеального синусоидального тока:

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(2\pi ft + \phi)$$

где  $I(t)$  - ток в момент времени  $t$ ,  $I_0$  - амплитудное значение тока,  $f$  - частота в герцах,  $\phi$  - фазовый угол.

**Формула для напряжения в переменном токе:** Также для синусоидального переменного тока:

$$V(t) = V_0 \cdot \sin(2\pi ft + \phi)$$

где  $V(t)$  - напряжение в момент времени  $t$ ,  $V_0$  - амплитудное значение напряжения,  $f$  - частота в герцах,  $\phi$  - фазовый угол.

Отличие между постоянным и переменным током заключается в их характеристиках: постоянный ток имеет постоянное направление и величину, тогда как переменный ток меняет свою величину и направление во времени в соответствии с синусоидальной функцией. Формулы для переменного тока описывают его изменение во времени, а формулы для постоянного тока показывают его статические характеристики.

Параметры переменного тока включают **амплитуду, частоту и фазу**, которые определяют его характеристики и поведение во времени.

**Амплитуда ( $I_0, V_0$ ):**

Амплитуда переменного тока (обычно обозначается  $I_0$ ) представляет максимальное значение тока в синусоидальном изменении тока.

Формула для амплитуды тока:

$$I_0 = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Аналогично, амплитуда напряжения (обычно обозначается  $V_0$ ) определяется как максимальное значение напряжения в синусоидальной форме.

Формула для амплитуды напряжения:

$$V_0 = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

**Частота ( $f$ ):**

Частота переменного тока определяет количество циклов тока или напряжения, происходящих в единицу времени. Измеряется в герцах (Гц).

Для синусоидального тока формула для периода  $T$  и частоты  $f$ :

$$T = \frac{1}{f} \text{ или } f = \frac{1}{T}$$

**Фаза ( $\phi$ ):**

Фаза определяет положение синусоидальной волны относительно начальной точки (нулевой фазы).

Фазовый угол ( $\phi$ ) указывает сдвиг синусоиды по временной шкале.

Формула для синусоидальной функции:

$$V(t) = V_0 \cdot \sin(2\pi ft + \phi)$$

Эти параметры (амплитуда, частота и фаза) являются основными характеристиками переменного тока и определяют его форму, свойства и взаимодействие в электрических цепях.

## **Часть 2: Гармонический переменный ток**

- Понятие гармонического тока.
- Осциллограмма и график гармонического тока.
- Математическое представление гармонического тока.

Математическое представление гармонического тока, как и других переменных электрических сигналов, обычно основывается на тригонометрических функциях, таких как синус или косинус, и может быть выражено в виде функции синуса (или косинуса) в зависимости от времени.

Гармонический ток представляет собой переменный ток, чье изменение с течением времени описывается синусоидальной (или косинусоидальной) формой. Математически оно выражается как:

Для синусоидального гармонического тока:

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(2\pi ft + \phi)$$

Аналогично, если используется косинусная форма гармонического тока, формула будет выглядеть как:

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(2\pi ft + \phi)$$

Обе формы (синусоидальная и косинусоидальная) эквивалентны друг другу, различие между ними связано только с фазой начальной точки волны. Важно отметить, что гармонические сигналы являются важными в электротехнике, поскольку многие электрические сигналы в реальных системах часто можно аппроксимировать синусоидальными или косинусоидальными функциями, что упрощает их анализ и обработку.

### **Часть 3: Комплексные числа и комплексные амплитуды**

- Введение в комплексные числа.
- Комплексные амплитуды и их роль в анализе переменных цепей.
- Мнимая единица ( $j$ ) и комплексные числа.

**Комплексные числа** - это расширение системы действительных чисел, которое включает в себя вещественную и мнимую части. Они выражаются в виде  $a + bi$ , где  $a$  и  $b$  - это вещественные числа, а  $i$  - мнимая единица, определяемая как  $\sqrt{-1}$ .

#### ***Основные характеристики комплексных чисел:***

*Вещественная и мнимая части:*

Вещественная часть  $R_e$ : Это часть комплексного числа, которая не имеет мнимой единицы  $i$ .

Мнимая часть  $I_m$ : Это часть комплексного числа, которая умножается на мнимую единицу  $i$ .

#### ***Стандартная форма комплексного числа:***

Комплексное число  $a + bi$  может быть представлено в алгебраической форме, где  $a$  - вещественная часть, а  $b$  - мнимая часть.

#### ***Операции с комплексными числами:***

Сложение: При сложении комплексных чисел выполняется сложение их вещественных и мнимых частей по отдельности.

Вычитание: Аналогично, вычитание выполняется путем вычитания вещественных и мнимых частей.

Умножение: Умножение комплексных чисел выполняется аналогично умножению полиномов. Здесь  $i^2$  заменяется на  $-1$ .

Деление: Деление комплексных чисел требует умножения числителя и знаменателя на сопряженное число знаменателя.

#### ***Комплексное сопряжение:***

Сопряженное комплексное число  $a - bi$  получается путем изменения знака мнимой части.

#### ***Геометрическая интерпретация:***

Множество комплексных чисел можно представить на комплексной плоскости, где вещественная часть отложена по оси абсцисс, а мнимая - по оси ординат. Такая плоскость иногда называется плоскостью Арганде.

#### ***Использование в математике и физике:***

Комплексные числа широко используются в математике, физике, инженерии и других областях для решения уравнений, моделирования колебаний, электрических цепей и многих других задач.

Комплексные числа обладают множеством уникальных свойств и находят широкое применение в различных областях науки и инженерии.

**Комплексные амплитуды** используются для представления амплитуд переменных сигналов в комплексной форме, что облегчает анализ переменных цепей в электротехнике. Они позволяют представить величину и фазу переменных сигналов одновременно, что упрощает многие вычисления и решение уравнений.

В электротехнике переменные сигналы, такие как переменное напряжение или ток, часто представляются в виде комплексных амплитуд для более удобного анализа электрических цепей. Комплексная амплитуда представляется в виде комплексного числа, где величина отражает амплитуду, а угол - фазу сигнала.

Представление переменных сигналов в комплексной форме имеет несколько преимуществ:

**Удобство в вычислениях:**

Упрощает математические операции, такие как сложение, вычитание, умножение и деление переменных сигналов, поскольку комплексные числа позволяют совершать эти операции в алгебраической форме.

**Анализ по амплитуде и фазе:**

Позволяет анализировать электрические цепи отдельно по амплитуде и фазе сигнала. Например, определять отношения амплитуды или фазовые сдвиги между различными узлами в цепи.

**Решение уравнений:**

Используется для решения уравнений в переменных цепях, упрощает процесс анализа и нахождения решений.

Когда переменные сигналы представлены в комплексной форме, например, в форме комплексной амплитуды, это позволяет использовать алгебраические методы для решения задач в электрических цепях, что делает анализ электрических систем более эффективным и удобным.

**Мнимая единица обозначается буквой  $j$**  (обычно в инженерной нотации) и представляет квадратный корень из  $-1$ . В математике также иногда используется обозначение  $i$  для мнимой единицы, но в электротехнике и инженерии для избежания путаницы с обозначением силы тока, принято использовать  $j$ .

Комплексные числа включают в себя вещественную и мнимую части. Мнимая единица  $j$  определяется как  $\sqrt{-1}$ . Когда мнимая единица умножается на вещественное число, создается мнимая составляющая комплексного числа.

Комплексное число записывается как  $a + bj$ , где:

$a$  - вещественная часть,

$b$  - мнимая часть,

$j$  - мнимая единица.

Эта форма комплексного числа позволяет представить его на комплексной плоскости. Вещественная часть обычно отложена вдоль оси  $x$ , а мнимая - вдоль оси  $y$ . Таким образом, комплексное число  $a + bj$  будет иметь координаты  $(a, b)$  на комплексной плоскости.

Использование мнимой единицы  $j$  позволяет представить величины переменного тока или напряжения в комплексной форме, что упрощает анализ и вычисления в электротехнике. Комплексные числа позволяют работать с фазами, амплитудами и решать уравнения, связанные с переменными сигналами, что часто встречается в теории цепей и электронике.

#### **Часть 4: Комплексное представление переменных цепей**

- Комплексное представление напряжения и тока в переменных цепях.
- Мощность в переменных цепях.

В переменных цепях напряжение и ток могут быть представлены в комплексной форме для удобства анализа. Давайте рассмотрим их комплексное представление.

##### **Напряжение ( $U$ ) в комплексной форме:**

Напряжение  $U$  в переменной цепи может быть представлено в комплексной форме как комплексная амплитуда, где амплитуда напряжения и его фаза могут быть выражены следующим образом:

$$U = U_0 e^{j\phi}$$

##### **Ток ( $I$ ) в комплексной форме:**

Ток  $I$  также может быть представлен в комплексной форме:

$$I = I_0 e^{j\phi}$$

##### **Отношение напряжения к току в комплексной форме:**

Импеданс (сопротивление) цепи  $Z$  является отношением напряжения к току и может быть представлен как комплексное число:

$$Z = \frac{U}{I}$$

##### **Закон Ома в комплексной форме:**

В комплексной форме Закон Ома для переменных цепей записывается как:

$$U = Z \cdot I$$

Эти формулы предоставляют комплексное представление напряжения, тока и импеданса в переменных цепях, что облегчает анализ электрических систем, а также решение уравнений и задач, связанных с переменными сигналами в электротехнике.

#### **Часть 5: Применение знаний о переменных цепях**

Знание переменных цепей имеет широкий спектр применений в области электротехники и электроники. Некоторые ключевые области применения включают в себя:

##### ***Проектирование и анализ электрических цепей:***

Понимание переменных цепей важно при проектировании и анализе различных электрических систем, таких как фильтры, усилители, источники питания и другие устройства.

##### ***Работа с сигналами и системами:***

В сфере сигналов и систем знание переменных цепей помогает в анализе, передаче и обработке сигналов в различных устройствах, таких как радио, телефоны, телевизоры и другие электронные устройства.

##### ***Телекоммуникации и сети:***

Электрические схемы и системы, основанные на переменных цепях, используются в телекоммуникационных сетях для передачи и обработки данных, таких как мобильная связь, Интернет, сети передачи данных и др.

##### ***Электроэнергетика:***

Переменные цепи важны для передачи и распределения электроэнергии через электрические сети, такие как генерация энергии, электрические подстанции и сети передачи.

***Электроника и устройства:***

Использование переменных цепей в конструировании и производстве электронных устройств, таких как микросхемы, процессоры, микроконтроллеры и другие электронные компоненты.

***Электрические машины и электродвигатели:***

Понимание переменных цепей важно для проектирования и улучшения электрических машин, электродвигателей и других устройств.

***Работа с автоматизированными системами:***

В области автоматизации переменные цепи используются для управления различными системами, такими как промышленные производственные линии, робототехника и автоматические контрольные системы.

Знание переменных цепей и их применение имеет ключевое значение для различных областей инженерии, технологии и науки. Оно позволяет проектировать, анализировать и улучшать различные электрические системы, что важно для современной техники и развития новых технологий.

**Заключение**

Лекция о переменном токе и анализе переменных цепей представляет студентам важные концепции и методы, необходимые для работы в области электроники и электротехники. Понимание переменных цепей и их анализа играют ключевую роль в разработке и эксплуатации